

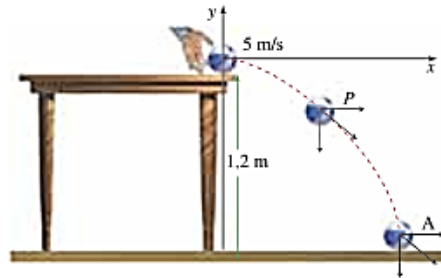
EJEMPLO 1

Desde la superficie de una mesa de 1,2 m de alto se lanza horizontalmente una pelota, con velocidad inicial de 5 m/s. Determinar:

- La posición de la pelota 0,2 segundos después del lanzamiento.
- La posición de la pelota al chocar con el piso.
- La velocidad de la pelota inmediatamente antes de chocar con el piso.

Solución:

La situación se puede representar con el dibujo de la derecha.



- Al cabo de 0,2 segundos, las coordenadas de la posición P son:

$$x = v_0 t = 5 \text{ m/s} \cdot 0,2 \text{ s} = 1 \text{ m}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} (9,8 \text{ m/s}^2) (0,2 \text{ s})^2 = -0,2 \text{ m}$$

La posición a los 0,2 segundos se representa por el vector $(1, -0,2)$, con las componentes medidas en metros.

- Al chocar con el piso, la pelota ha empleado un tiempo equivalente al de descenso en caída libre desde la altura de 1,2 m. Así, a partir de la ecuación para y se obtiene:

$$-1,2 \text{ m} = -\frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \quad \text{luego } t = 0,5 \text{ s.}$$

La posición A al caer al piso, en la dirección de y es $y = -1,2 \text{ m}$ y la posición en la dirección de x se determina mediante la expresión:

$$x = v_0 \cdot t = 5 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} = 2,5 \text{ m}$$

El impacto con el piso ocurre en el punto de coordenadas $(2,5; -1,2)$, con las componentes medidas en metros.

- La velocidad en el eje x , en todos los puntos es $v_x = 5 \text{ m/s}$ y la velocidad en el eje y se determina mediante la ecuación.

$$v_y = g \cdot t = -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ s} = -4,9 \text{ m/s}^2$$

La velocidad al llegar al piso es $\vec{v} = (5, -4,9)$, con las componentes medidas en m/s.

La norma de la velocidad es $v = \sqrt{(5 \text{ m/s})^2 + (-4,9 \text{ m/s})^2} = 7,0 \text{ m/s}$

EJEMPLO 2

Un balón se dispara con velocidad de 15 m/s formando, con la horizontal, un ángulo de 37° .

- Determinar las componentes v_{0x} y v_{0y} de la velocidad inicial.
- Calcular los valores de las componentes de la velocidad a los 0,5 s y a los 1,2 s.
- Calcular los valores de las componentes de la posición a los 0,5 s y a los 1,2 s.
- Calcular el tiempo en alcanzar la altura máxima.
- Determinar la altura máxima.
- Calcular la distancia horizontal que alcanza al caer al piso.
- Dibujar la trayectoria y representar el vector velocidad y sus componentes para estos tres casos:
 - en el punto de partida
 - en el punto más alto
 - al cabo de 1,2 s

Solución:

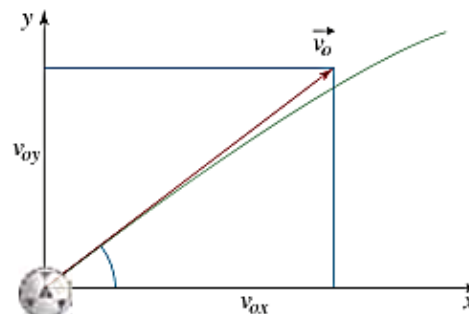
La gráfica muestra una representación de la velocidad inicial.

- Las componentes de la velocidad inicial se calculan mediante:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 = 15 \text{ m/s} \cdot \cos 37^\circ = 15 \text{ m/s} \cdot 0,8 = 12 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha_0 = 15 \text{ m/s} \cdot \sin 37^\circ = 15 \text{ m/s} \cdot 0,6 = 9 \text{ m/s}$$

El vector velocidad inicial es $\vec{v}_0 = (12; 9)$, cuyas componentes están medidas en m/s.



b. Al cabo de 0,5 s, la velocidad en el eje x es constante y su valor es $v_x = 12 \text{ m/s}$.

La velocidad en la dirección del eje y es:

$$v_y = v_{oy} + g \cdot t = 9 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 0,5 \text{ s} = 4,1 \text{ m/s}$$

Luego a los 0,5 s la velocidad es $v = (12; 4,1)$ con las componentes en m/s.

Al cabo de 1,2 s, la velocidad en el eje x es $v_x = 12 \text{ m/s}$ y la velocidad en la dirección del eje y se calcula mediante:

$$v_y = v_{oy} + g \cdot t = 9 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 1,2 \text{ s} = -2,8 \text{ m/s}$$

Luego a los 1,2 s la velocidad es $\vec{v} = (12; -2,8)$ con las componentes en m/s.

c. La posición al cabo de 0,5 s, se determina mediante:

• En el eje x : $x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} = 6,0 \text{ m}$

• En el eje y : $y = v_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (0,5 \text{ s})^2 = 3,3 \text{ m}$

Es decir que a los 0,5 s, ocupa la posición (6; 3,3), con las componentes medidas en metros.

La posición al cabo de 1,2 s, se calcula mediante:

• En el eje x : $x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 1,2 \text{ s} = 14,4 \text{ m}$

• En el eje y : $y = v_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 1,2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (1,2 \text{ s})^2 = 3,7 \text{ m}$

Es decir que a los 1,2 s, ocupa la posición (14,4; 3,7) con las componentes medidas en metros.

d. Para calcular el tiempo en alcanzar la altura máxima, sabemos que en el punto más alto, la componente vertical de la velocidad, v_y , es cero, por tanto:

$$\begin{aligned} v_y &= v_{oy} + g \cdot t \\ 0 &= 9 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t, \text{ de donde, } t = 0,9 \text{ s} \end{aligned}$$

El tiempo en alcanzar la altura máxima es 0,9 segundos.

e. Sabemos que alcanzó la altura máxima en 0,9 s, por tanto, para la altura máxima se tiene:

$$y = v_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 0,9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (0,9 \text{ s})^2 = 4,1 \text{ m}$$

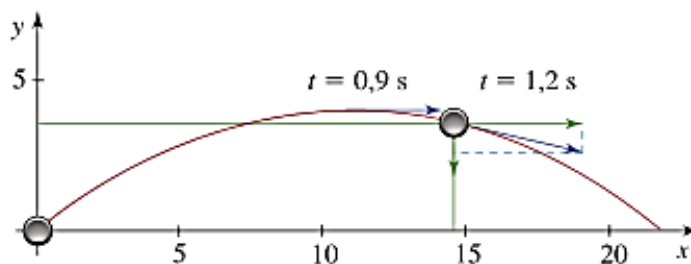
La altura máxima alcanzada por el objeto es 4,1 m.

f. Como el objeto empleó 0,9 s en alcanzar la altura máxima, podemos concluir que tardó 1,8 s en regresar al nivel desde el cual fue lanzado, por tanto, la distancia horizontal que alcanza al llegar al piso es:

$$x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 1,8 \text{ s} = 21,6 \text{ m}.$$

La posición en el punto más alto es (10,8; 4,1) y en el punto en el cual cayó es (21,6; 0). En ambos casos las componentes se miden en metros.

g. La trayectoria descrita por el objeto se muestra a continuación:



TALLER PARA RESPOLVER Y SUSTENTAR

- 1 Explica por qué el tiempo transcurrido para un evento determinado no es una magnitud vectorial.
- 2 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
 - Toda magnitud vectorial tiene norma y dirección.
 - La norma de un vector representa la longitud del vector.
 - La distancia recorrida por un cuerpo es una magnitud vectorial.
 - Dos vectores con la misma norma no necesariamente son iguales.
 - Todo vector tiene dos componentes que son perpendiculares entre sí.
- 3 Determina cuál de los siguientes valores no puede representar la norma de un vector.
 - a. 14 m
 - b. 0 km
 - c. -8 m/s
 - d. 250 N
- 4 De las siguientes magnitudes cuál es escalar.
 - a. El desplazamiento
 - b. La velocidad
 - c. El área
 - d. La aceleración
- 5 La velocidad de un cuerpo es de 25 m/s a 40° hacia el noroeste, dicho vector se representa mediante:
 - a. $\vec{v} = (-16,05; 19,15)$
 - b. $\vec{v} = (-19,15; 16,05)$
 - c. $\vec{v} = (16,05; -19,15)$
 - d. $\vec{v} = (19,15; -16,05)$
- 6 Responde. ¿Por qué cuando dos automóviles transitan con la misma rapidez paralelos uno del otro en una avenida se dice que sus velocidades son equivalentes?

- 7 Un avión vuela una distancia de 620 km, a una velocidad de 800 km/h, con un viento de 65 km/h. Determina el tiempo que emplea el avión en recorrer los 620 km si vuela:
 - a. con el viento a favor.
 - b. con el viento en contra.
- 8 Un barco se mueve en un río a favor de la corriente. ¿Puede afirmarse que se mueve a una velocidad mayor que la del río? ¿Por qué?
- 9 Responde. ¿Puede la suma de dos vectores con normas diferentes dar como resultado cero? ¿Por qué?
- 10 Para un atleta que nada en contra de la corriente de un río, ¿puede suceder que en algún caso su velocidad resultante con respecto a la orilla sea cero? ¿Por qué?
- 11 Un orgulloso nadador acostumbrado a atravesar un río, es desafiado a una carrera atravesando una piscina olímpica, reto ante el cual él responde: "He cruzado en tantas oportunidades el río Magdalena con su brioso caudal, que una piscina olímpica no representa un gran reto para mí, tengo confianza en que ganaré". ¿Por qué piensas que el nadador está tan seguro de ganar el reto?

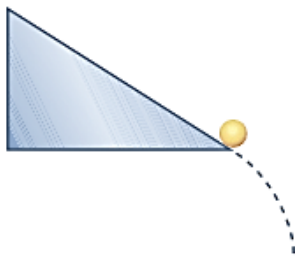


Problemas básicos

- 12 Un perro que persigue un automóvil recorre 20 m al norte y 30 m al oeste, ¿cuál es la posición final del perro con respecto al punto donde comenzó?
- 13 La mamá de Stella la envía al supermercado con las siguientes indicaciones: caminas 3 cuadras hacia el sur y luego 5 cuadras al este. ¿Cuáles son la norma y la dirección del desplazamiento de Stella?
- 14 Camilo jugando golfito, introduce la pelota en el hoyo en dos lanzamientos. El primero 2 m al sur y el segundo 3,5 m al suroeste a 45° . ¿Qué norma y qué dirección debe tener su lanzamiento para que Camilo haga hoyo en un solo lanzamiento?

Actividades

- 11 Un jugador de baloncesto debe hacer un pase a un compañero que se encuentra al otro lado de la cancha. Si lanza el balón con una velocidad v formando un ángulo de 60° con la horizontal, ¿obtendrá mayor alcance horizontal que lanzándolo a la misma velocidad v pero a un ángulo de 30° sobre la horizontal? ¿Por qué?
- 12 Si se desprecia la resistencia del aire, son iguales los alcances de los proyectiles cuyos ángulos de salida son mayores o menores de 45° . ¿Es cierta esta afirmación? ¿Por qué?
- 13 ¿Es correcta la afirmación: "Para que un proyectil tenga su alcance máximo las componentes horizontal y vertical de su velocidad deben ser iguales"? ¿Por qué?
- 14 Para una esfera que rueda por una rampa inclinada y luego se separa de ella, es correcto afirmar que:
- el movimiento durante el tiempo que la esfera está en contacto con la rampa es rectilíneo uniforme.
 - el movimiento de la esfera al separarse de la rampa es una caída libre.
 - la esfera al separarse de la rampa tiene el movimiento de los proyectiles.
 - el movimiento de la esfera al salir de la rampa es un lanzamiento horizontal.



- 15 En el interior de un tren, que se mueve con velocidad constante, una persona lanza verticalmente hacia arriba una manzana. Dibuja la trayectoria que describe la manzana:
- Para la persona que la lanza.
 - Para una persona que está fuera del tren. ¿Son las dos trayectorias iguales o diferentes? ¿Por qué?

- 16 Responde. ¿Qué diferencia existe entre los movimientos hechos por un deportista en una competencia si utiliza el trampolín ajustable o el de cemento que es rígido? Explica tu respuesta.

Problemas básicos

- 17 Desde la terraza de una casa se lanza una pelota con una velocidad horizontal de 2 m/s . Si cae al suelo a $3,5 \text{ m}$ de la base de la casa,
- ¿cuánto tiempo tarda la pelota en tocar el suelo?
 - ¿a qué altura está la terraza?
- 18 Un bebé lanza el tetero con una velocidad horizontal de $1,5 \text{ m/s}$, desde su silla-comedor de $1,2 \text{ m}$ alto.
- ¿Cuánto tiempo tarda el tetero en llegar al suelo?
 - ¿A qué distancia horizontal de la silla-comedor cae el tetero al suelo?
- 19 Un helicóptero, que lleva medicamentos, vuela a una velocidad de 450 km/h y a una altura de 1.200 m . ¿A qué distancia horizontal, antes de llegar al campamento, donde debe entregar los medicamentos, deberá soltarlos para que caigan justo en el campamento?
- 20 Tratando de bajar de un estante de $1,8 \text{ m}$ de alto una caja de cereal que contiene un premio, Carlos la empuja horizontalmente haciendo que caiga a $0,95 \text{ m}$ del estante.
- ¿Con qué velocidad empujó la caja Carlos?
 - ¿Cuánto tiempo tardó la caja de cereal en caer al suelo?
- 21 Un niño parado en la ventana de su casa a $3,8 \text{ m}$ de altura lanza, con una velocidad horizontal de $2,2 \text{ m/s}$, un trompo a su amigo que se encuentra al frente a 3 m al pie de su casa.
- ¿Alcanza a caer el trompo a la distancia donde está el amigo?
 - ¿Con qué velocidad debe lanzar el trompo para que llegue hasta su amigo?
- 22 Un arquero lanza desde el suelo una pelota con una velocidad de 20 m/s a una elevación de 50° . ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo?